

2025 年度卒業論文

日本の債券市場における主成分分析を用いたイールドカーブの変化について

法政大学 経営学部 経営学科 4年 白井 美貴
指導教員 山寄 輝

〈要旨〉

債券投資において残存年数と債券金利の関係（金利期間構造）を理解することはリスクを予測する上で重要である。本研究では、主成分分析を用いて債券の金利期間構造の分析を行い、それがイールド・カーブにどのような影響を及ぼすのか考察した。本研究を通し、期間に応じて主成分の標準偏差が異なることや、残存年数に応じて因子負荷量が異なることがわかる。そこからイールド・カーブにどの程度影響を与えるかを予測することができると言える。

目次

1. はじめに
 2. 主成分分析
 - 2-1 主成分分析とは
 - 2-2 寄与率
 - 2-3 因子負荷量
 3. 分析
 - 3-1 分析対象、期間
 - 3-2 分析手法
 4. 考察
 5. 終わりに
 6. 補論
 - 6-1 中心化と標準化
 - 6-2 軸の再定義（主成分の求め方）
 - 6-3 主成分得点
- 参考文献

1. はじめに

債券投資では、債券の残存年数に応じて最終利回りが異なる。債券の残存年数と最終利回りの関係を示したものが「イールドカーブ（利回り曲線）」である。このイールドカーブを通して金利と残存年数の関係、すなわち「金利の期間構造」を理解することができる。これを理解することで、債券投資における適切な年限選択や金利変動リスクの管理が可能になる。

本研究では、過去 30 年間でマイナス金利政策期間やコロナ禍といった期間に区分して分析を行い、それぞれの期間においてイールドカーブがどのように変化するのか明らかにするとともに、その要因について考察する。

2. 主成分分析

2-1 主成分分析とは

主成分分析とは、多次元データをより少ない次元で解釈できるようにするための手法である。例えば、クラス 30 人の国語・算数・理科・社会・英語・体育・音楽・美術・技術家庭科の 9 教科の成績が与えられている場合、各人の各教科の成績を個別に見るのではなく、クラス全体の成績の特徴（文系・理系の傾向が強いなど）を抽出する際に用いる手法の一つが主成分分析である。

2-2 寄与率

寄与率とは、すべての主成分の分散の合計を分母とし、各主成分の分散を分子に置いた値のことで、

$$V_i = \frac{\text{Var}[z_i]}{\sum_{i=1}^n \text{Var}[z_i]} \quad (1)$$

と表すことができる。ここでは、 V_i は第 i 主成分の寄与率、 $\sum_{i=1}^n \text{Var}[z_i]$ はすべての主成分の分散を合計した値、 $\text{Var}[z_i]$ は第 i 主成分の分散を表している。寄与率は各主成分の分散が、全体の分散の中でどの程度の割合を占めているかを示す指標である。寄与率が高い主成分ほど、データ全体の情報をより多く含んでいることを意味しており、その主成分の重要性が高いと解釈される。

2-3 因子負荷量

因子負荷量とは、各変数と主成分との相関係数を表す指標である。因子負荷量は1から-1の間の値を取り、絶対値が1に近いほど、変数と主成分の相関が強いことを示している。すなわち、因子負荷量の絶対値が大きい変数ほど、その主成分の特徴を強く反映していることになる。

3. 分析

3-1 分析対象・期間

本研究では、財務省公式ホームページに掲載されている国債金利情報のデータを用い、流通市場における残存年数1年から10年、15年、20年、25年、30年固定利付国債の実勢価格に基づいて算出した残存年数1年から10年、15年、20年、25年、30年の半年複利金利（半年複利ベースの最終利回り）を分析対象とした。これらの金利データを主成分分析を適用し、イールドカーブの変化について考察を行う。下記の5つに分析期間を分けて分析を行い、それぞれの期間におけるイールドカーブの特徴を比較した。

- (1) フルサンプル（2004年4月-2025年11月）
- (2) 量的金融緩和政策期間（2001年1月-2006年3月）
- (3) マイナス金利政策期間（2016年2月-2024年3月）
- (4) コロナ禍（2020年2月-2023年5月）
- (5) マイナス金利政策解除後(2024年4月-2025年11月)

3-2 分析内容

Google Colaboratory を使用し、プログラミング言語 R を用いて分析を行う。主成分分析によって得られた因子負荷量を、債券の残存年数毎にプロットし、その形状を観察する。また、第1主成分から第3主成分までの標準偏差（分散の平方根）、寄与率、累積寄与率も記載し、分析期間ごとに得られたこれらの統計量がどのような値になるかについても考察する。

4. 考察

(1) フルサンプル (2004年4月-2025年11月)

図1：フルサンプルにおける第1～第3主成分の因子負荷量の形状

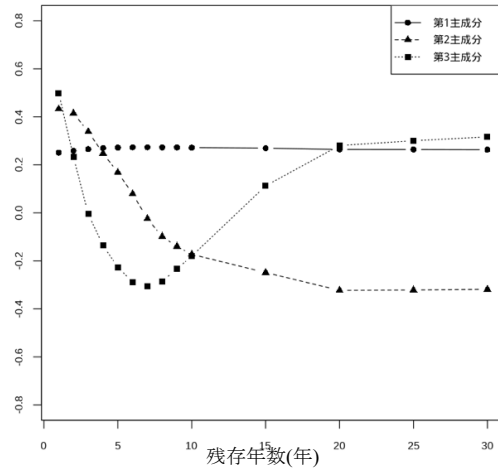


表1：フルサンプルにおける第1～第3主成分の標準偏差と寄与率

	第1主成分	第2主成分	第3主成分
標準偏差	3.62	0.80	0.44
寄与率	93.7%	4.6%	1.4%
累積寄与率	93.7%	98.3%	99.7%

(2) 量的金融緩和政策期間 (2001年1月-2006年3月)

図2：量的金融緩和政策期間における第1～第3主成分の因子負荷量の形状

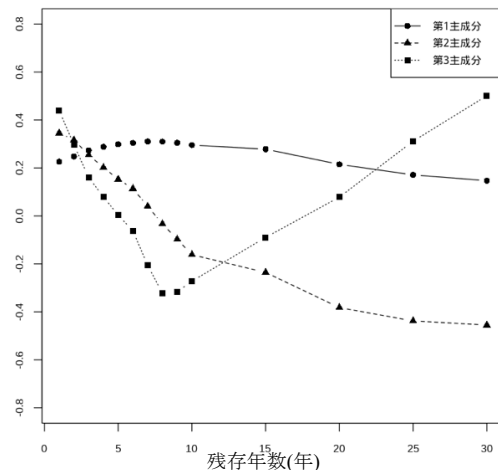


表2：量的金融緩和政策期間における第1～第3主成分の標準偏差と寄与率

	第1主成分	第2主成分	第3主成分
標準偏差	3.20	1.89	0.37
寄与率	73.0%	25.5%	0.96%
累積寄与率	73.0%	98.4%	99.4%

(3) マイナス金利政策期間（2016年2月-2024年3月）

図3：マイナス金利政策期間における第1～第3主成分の因子負荷量の形状

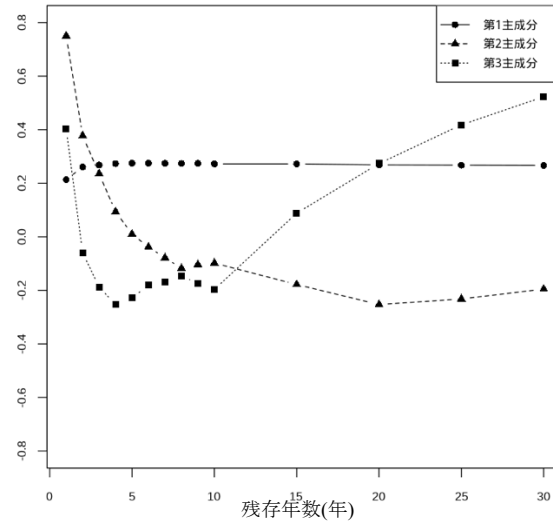


表3：マイナス金利政策期間における第1～第3主成分の標準偏差と寄与率

	第1主成分	第2主成分	第3主成分
標準偏差	3.62	0.81	0.38
寄与率	93.5%	4.7%	1.0%
累積寄与率	93.5%	98.2%	99.2%

(4) コロナ禍（2020年2月-2023年5月）

図4：コロナ禍における第1～第3主成分の因子負荷量の形状

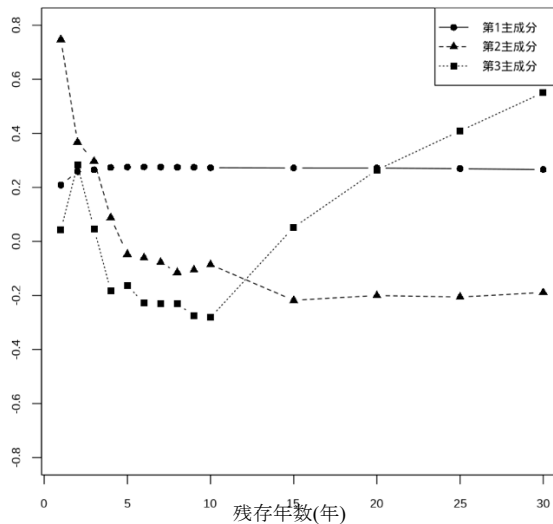


表4：コロナ禍における第1～第3主成分の標準偏差と寄与率

	第1主成分	第2主成分	第3主成分
標準偏差	3.60	0.85	0.42
寄与率	92.4%	5.2%	1.3%
累積寄与率	92.4%	97.6%	98.8%

(5) マイナス金利政策解除後(2024年4月-2025年11月)

図5： マイナス金利政策解除後における第1～第3主成分の因子負荷量の形状

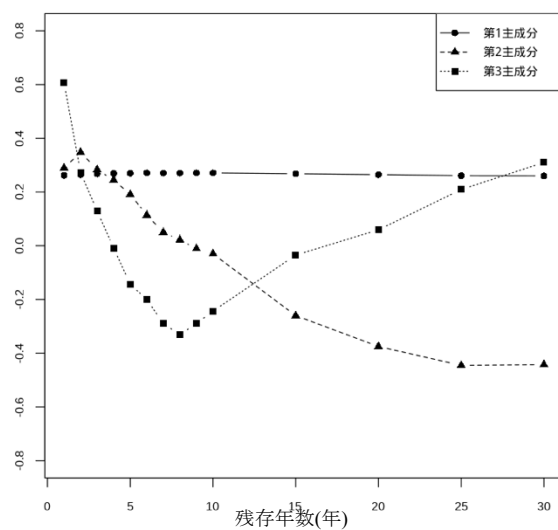


表5： マイナス金利政策解除後における第1～第3主成分の標準偏差と寄与率

	第1主成分	第2主成分	第3主成分
標準偏差	3.67	0.62	0.33
寄与率	96.3%	2.8%	0.8%
累積寄与率	96.3%	99.1%	99.9%

4. 考察

フルサンプルの分析結果によると、第1主成分の寄与率が93.7%、第2主成分の寄与率が4.6%となっており、第1主成分と第2主成分でほぼ全ての動きを説明することができる。他の期間についても、量的金融緩和政策期間では、第1主成分の寄与率が73.0%、第2主成分の寄与率が25.5%、マイナス金利政策期間では、第1主成分の寄与率が93.5%、第2主成分の寄与率が4.7%、コロナ禍では、第1主成分の寄与率が92.4%、第2主成分の寄与率が5.2%、マイナス金利政策解除後では、第1主成分の寄与率が96.3%、第2主成分の寄与率が2.8%となっている。

このように、期間を細分化しても第1主成分と第2主成分のみでイールドカーブ動きをほぼ説明することができる。

次に、図1のフルサンプルの第1主成分の因子負荷量の形状を見るとイールドカーブの平行シフト（平行移動）の形状を示している。このことから、第1主成分は金利の「水準（level）」に対応していることがわかる。他の期間についても同様に、第1主成分の因子負荷量は平行シフトに対応しており、すべての期間で一貫して金利水準を表していることがわかる。

より詳しく見ると、マイナス金利政策期間とコロナ禍では、残存年数1年の第1主成分の因子負荷量が他の残存年数のそれと比べると小さい値を取っている。

一方で、第2主成分の因子負荷量の形状を見ると、図1のフルサンプルでは残存年数が短いほどで正の値を取り、残存年数が長くなるにつれて負の値をとる、右肩下がりの形状となっている。このことから、第2主成分は短期金利と長期金利の動きが逆方向になるイールドカーブのスティープ化¹に対応していることがわかる。他の期間においても、第2主成分がイールドカーブのスティープ化を表していることが確認できる。

ただし、その形状には期間ごとで差異が見られる。フルサンプル、量的金融緩和政策期間、マイナス金利政策解除後では、第2主成分の因子負荷量がおおよそ-0.4から0.4の範囲で推移しているのに対し、マイナス金利政策期間およびコロナ禍では、おおよそ-0.2から0.8の範囲で推移している。これは、前者の期間では長期金利の上昇と短期金利の低下が比較的均衡していたのに対し、後者の期間では、短期金利の低下幅が長期金利の上昇幅を上回っていた可能性が考えられる。

さらに、第2主成分の因子負荷量の符号が反転する残存年数に着目すると、フルサンプルおよび量的金融緩和政策期間では6年と7年の間、マイナス金利政策期間およびコロナ禍では4年と5年の間、マイナス金利政策解除後では8年と9年の間となっている。正負の符号が反転した地点を、その期間における短期金利と長期金利の変動の境界

¹ スティープ化とは短期と長期の金利差が拡大することで生じる、イールドカーブ（利回り曲線）の傾きが大きくなる現象である。

と捉えると、マイナス政策金利期間とコロナ禍において、その境界が、残存年数の短い方に寄っていることがわかる。

この境界の変化は、イールド・カーブの曲率を変動させる要因であると言える。そのため、各残存年数の債券金利がイールド・カーブのステイプ化によって、どの程度影響を受けるのかを推測することができる。例えば、コロナ禍では境界が5年と6年の間にあるため、イールド・カーブがステイプ化した時に、残存年数が高い方がより影響を受けることになり、残存年数が境界に近いほど影響を受けないと言える。

また、各期間の寄与率に着目すると、量的金融緩和政策期間のみ、第1主成分の寄与率が他の期間と比べて低く、第2主成分の寄与率が高いことがわかる。

これは、マイナス金利政策期間とコロナ禍では、イールドカーブ・コントロール²が行われていたため、短期金利と長期金利の金利変動が対照的な動きをしていたからである。そのため、金利水準を表す第1主成分の寄与率が低く、短期金利と長期金利の非対称性を表す第2主成分の寄与率が高くなったと考えられる。

5. 終わりに

本研究では主成分分析を行うことで、金利政策や国内市況が国際のイールドカーブにどのように影響を与えるかを考察した。特に近年は、日本銀行による特異な金融政策が多かったこともあり、そうした政策がイールドカーブにどのような影響を与えたかを明らかにした。

今後の課題として、同一期間でも残存年数10年未満の債券と、残存年数10年以上の債券とで金利の動きがどのように異なるのかを検証したい。

6. 補論

6-1 中心化と標準化

主成分分析を行うにあたって、適切な結果を得るためには、分析対象となる元データに対して一定の前処理を行う必要がある。この前処理には、「中心化」と「標準化」の2種類がある。

中心化とは、それぞれのデータからデータ全体の平均値を引くことにより、データ全体の平均をゼロにする操作のことであり、中心化されたデータは、

² イールドカーブ・コントロールとは短期金利と長期金利を目標水準で安定させるために行うものである。日本においては、2016年から2024年まで行われており、短期金利（日銀当座預金の一部にかかる金利）が-0.1%、長期金利が0%程度を目標水準とされていた。

$$x'_i = x_i - \bar{x} \quad (2)$$

と表すことができる。ここで、 x'_i は中心化されたデータ、 x_i は元のデータ、 \bar{x} は元のデータの平均を表している。中心化を行うことで、主成分分析において重要となる「データのばらつき（分散³）」のみ着目した分析が可能になる。

標準化とは、中心化したデータを標準偏差で割る操作のことであり、

$$z_i = \frac{x'_i}{\sigma} \quad (3)$$

と表すことができる。ここで、 z_i は標準化されたデータ、 x'_i は中心化されたデータ、 σ は元のデータの標準偏差を表している。標準偏差で割ることにより、データの平均が 0、標準偏差 1 となり、単位や尺度の異なるデータ間のばらつきが調整されるので、変数間の影響を公平に比較することができる。

6-2 軸の再定義（主成分の求め方）

次に、すべてのデータの情報を可能な限り保持したまま、簡潔にまとめられた形で表現する方法について説明する。主成分分析では、「軸の再定義」によってこれを実現する。この再定義された軸のことを「主成分」と呼び、順に「第 1 主成分」「第 2 主成分」と名付けられる。軸の再定義を行うことで、多次元で表されていたデータを、例えば 2 次元データなど低次元のデータとして表現することが可能となる。

まず、第 1 主成分を求める。第 1 主成分とはデータの「分散」が最大となる方向に引かれた直線のことである。分散が大きいということは、元のデータから失われる情報が少ないことを意味し、すなわちデータ全体の特徴をより多く含んでいることを表している。軸の再定義を行う際には、元のデータが持つ情報をできるだけ減らさないことが重要になる。

分散を最大化する考え方を説明するためには三平方の定理を用いることができる。

³ 「分散」とは、

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (4)$$

と定義することができる。ただし、 S^2 は分散、 x_i は元のデータ、 \bar{x} は元のデータの平均を表している。

図 6:三平方の定理

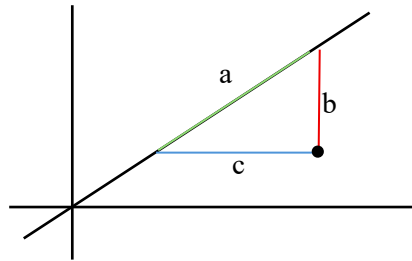


図 6 の直線は、仮に設定した回帰曲線を表しており、点は中心化されたデータの位置を示している。各データの点から直線に垂線を引き、さらに点と原点を結び直角三角形を作る。図 6 に示すように、それぞれの辺の長さを a 、 b 、 c すると、三平方の定理から、

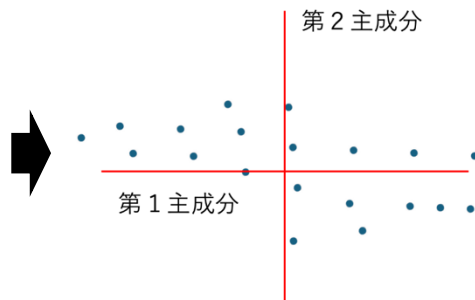
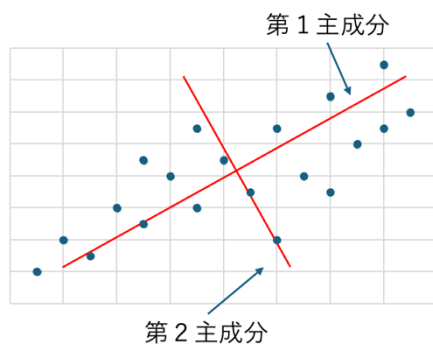
$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (5)$$

と表すことができる。ここでは、 a は一定であるため、データを多く含むためには b を小さくする必要があり、その結果として c を最大化することが求められる。この c は、主成分分析において分散を表していることがわかる。

すべてのデータに置いて分散が最大になるように求めた直線が第 1 主成分である。そして、この第 1 主成分に直交する形で引かれる直線のことを第 2 主成分と呼ぶ。この 2 つの直線の交点を原点とし、第 1 主成分を横軸、第 2 主成分を縦軸に取り直したものが、再定義された軸になる。

図 7 : 主成分分析

図 8 : 軸の再定義後の座標関係



このように軸を再定義することで、多次元データを、情報をできるだけ維持したまま低次元のデータとして捉えることが可能である。

6-3 主成分得点

6-2 節で再定義した軸に基づいて表された各データの座標を「主成分得点」と呼ぶ。軸の再定義を行なっても、データそのものの位置関係は変化しないが、座標軸が変わることで各データの座標値は変化する。このときに得られる新しい座標値が主成分得点である。

参考文献・引用データ

- (1) 伊藤敬介・荻島誠治・諏訪部貴嗣,『新・証券投資論 [II] -実務編-』,日経 BP, 2009 年
- (2) 財務省公式ホームページ
https://www.mof.go.jp/jgbs/reference/interest_rate/index.htm