

日本株式市場における テールリスクの市場予測力について

法政大学 経営学部 経営学科 4 年 上野 祐生
指導教員 山寄 輝

〈要旨〉

本論文では、日本株式市場におけるネガティブテールリスクの推定とその推定された変数が市場リターンの予測力を持つか分析を行う。分析には CAPM の回帰分析及び Hill(1975)のべき乗則を用いる。テールリスクと市場リターンの 2 変数の回帰分析と t 検定を行い、市場リターンの予測力を測る。そして予測が難しいテールリスク事象の事例として、リーマンショックや東日本大震災、コロナ禍を挙げ、その時点のテールリスクや市場リターン、市場ボラティリティの変動要因を考察する。またテールリスクのリターン予測力を相対的に評価するため、参考として Goyal& Welch (2008) による調査で示された米国市場における代替予測変数と比較する。

目次

1. はじめに
2. テールリスク
 - 2-1. テールリスクとは
 - 2-2. べき乗則
3. 分析
 - 3-1. 分析対象・期間
 - 3-2. 分析手法
4. 分析結果
 - 4-1. 回帰分析及び t 検定
 - 4-2. グラフ
 - 4-3. Goyal&Welch(2008)の代替予測変数との比較
5. 考察
6. おわりに
7. 参考文献
8. 補論

1. はじめに

証券投資においてリスクは価格（リターン）の振れ幅であり、一般にリスクとリターンの分析を行う場合は、平均分散法¹による正規分布と発生確率を考える。しかし、2008年のリーマンショック、2011年の東日本大震災、2020年のコロナ禍など、その発生により経済社会だけでなく金融市場にも大きな影響を与えうるイベントは、発生確率が低く予測が難しい。そのため、証券投資における通常のリスク管理モデルでは十分に考慮されないことが多い。ここでこのような大きな損失可能性がある、一般的にテールリスクと呼ばれるリスクを過去の株価データから上手く推定できれば、将来の株式リターンを予測することができるのではと考えた。Kelly & Jiang(2014)の研究によると、米国株式市場において、テールリスクの市場全体の株価に対する予測力は、高いことがわかった。²

そこで本研究では、過去20年間の日本株式の株価変動から、日本株式市場におけるテールリスクの推定と、そこから市場リターンの予測が可能か試み、市場リターンの予測力を測る。

2. テールリスク

2-1. テールリスクとは

正規分布の曲線において、両端の細い裾野がテール（尻尾）の形に似ていることから、その部分に該当する発生確率が非常に低い極端な事象が起こるリスクをテールリスクと呼ぶ。ただし、一般的にはリターンが低い値となるネガティブリスクをテールリスクとし、本研究でもネガティブテールリスクを研究対象とする。

テールリスクとなる極端な事象は、市場全体においては、景気後退や自然災害など市場全体に影響を与えるようなものである。個別銘柄においては、経営状況や財務の健全性など、個別企業や各業界特有の事象である。

2-2. べき乗則

本研究ではテールリスクを Kelly & Jiang(2014)の先行研究から引用した、「dynamic power law」というべき乗則³を用いて定義した。ある時点 t におけるある資産 i のテールリスクは次のように定義される。

¹ 投資家がリスクと期待リターンのトレードオフの関係を考慮し、効率的なポートフォリオを構築する資産配分の基本的な方法論。

² 市場予測力は後述の Goyal & Welch(2008)の調査を参照。

³ ある変数が他の変数のべき乗（累乗）に比例する数学的法則。

$$P(R_{i,t+1} < r / R_{i,t+1} < ut \text{ and } Ft) = \left(\frac{r}{ut}\right)^{-ai/\lambda t} \quad (1)$$

P は確率、 $R_{i,t+1}$ は資産 i の時点 $t+1$ のリターン、 r は投資家自らが設定した値である。また、 ut はしきい値であり、 Ft は時点 t までのその資産に関するすべての情報である。ここで、 $ai/\lambda t$ はテール指数と呼ばれ、このモデルの重要なパラメーターである。また、 $r < ut < 0$ より、 $r/ut > 1$ なので、 $ai/\lambda t > 0$ であるとき、 $(r/ut)^{-ai/\lambda t}$ は常に 0 と 1 の間の値をとるので、確率であるといえる。そして ai は資産によって異なる定数だが、 λt はすべての資産で共通の変数であり、これを時点 t におけるテールリスクと定義する。

そして個々の資産のテールリスクは共通した時系列変動をもつと仮定し、資産間で異なる企業固有のテールリスクに着目する。その上で Hill(1975)のべき乗則推定式に時点 t のデータを適用することで、テールリスクの推定が可能になる。

3. 分析

3-1. 分析対象・期間

2024 年 11 月 1 日現在の日経平均株価指数採用銘柄（225 社）の 20 年分（2004 年 11 月 1 日～2024 年 10 月 31 日）の日次終値データを使用し、対数収益率を計算することで、銘柄数 225 社×20 年間の取引所営業日数の日次リターンという大規模パネルデータ⁴を作成する。⁵市場全体と個別銘柄の日次終値から CAPM（資本資産評価モデル）⁶を計算するため、対象期間 20 年間（2004 年 11 月 1 日～2024 年 10 月 31 日）の TOPIX の日次終値を使用し、対数収益率を計算して、日次リターンの時系列データを作成する。また、月次テールリスクを持つ翌月の月次市場リターンの予測力を測るために、対象期間 20 年間の TOPIX の日次リターンを用いて、24 か月間（2004 年 12 月～2024 年 11 月）の月次リターンの時系列データを作成する。⁷⁸⁹

3-2. 分析手法

⁴ 時系列データ（各時点に 1 つのデータをもつ複数時点のデータセット）とクロスセクションデータ（各時点に複数のデータをもつデータセット）の双方の形式をとるデータ。

⁵ データは「日経 NEEDS Financial QUEST 2.0 日経平均採用銘柄 日次終値（調整済・配当落含）」より取得。

⁶ William Sharpe(1964)による、特定の仮定の下で導かれる金融市場の均衡理論。

⁷ データは「日経 NEEDS Financial QUEST 2.0 東証株価指数（TOPIX）日次終値」より取得。

⁸ 事前に作成した TOPIX の日次対数収益率を 1 ヶ月ごとに合計することで各月の月次リターンを計算。（2024 年 11 月分については追加で日次データを取得し、そこから計算。）

⁹ 分析にかかる時間の制約上、本研究ではテールリスクは日経平均株価採用銘柄、市場全体のリターンは TOPIX のデータを使用し分析を行った。

本研究では個々の企業のテールリスクに共通する変動を捉える、パネル推定アプローチを行う。これは構造型モデル¹⁰といわれるリスク推定手法の一つである。株価指数ではなく、個別銘柄の日次の株価データを用いることで、日本株式市場における大規模なパネルデータを作成し、テールリスクの推定を行う。それにより、時間とともに変動し発生頻度が少ないテールリスクとなりうる事象をデータとして評価する難しさを克服できると考える。

テールリスクの推定をする際に、市場全体に共通する要因（システムティックリスク）を排除し、分散投資で解消可能な個別銘柄固有の要因（非システムティックリスク）に着目する。これは市場全体のリターンが下がった中で、とりわけ下がった銘柄を発見することで、テールリスクの兆候を明確に把握するためである。

本研究では、非システムティックリスクとなるリターンの残差に CAPM の回帰式から導出される誤差項 ε （エプシロン）を用いる。CAPM のリターン回帰式は以下の通りである。

$$Ex(R_i) = \alpha + \beta_i (Ex(R_m)) + \varepsilon_i \quad (2)$$

ここで、 i = 個別銘柄、 m = 市場全体、 $Ex(R_i) = R_i - R_f$ 、 $Ex(R_m) = R_m - R_f$ とする。また、 R_i は各銘柄の日次終値（調整済）の対数収益率であり、 R_m は TOPIX の日次終値の対数収益率、 R_f は無リスク金利であり、財務省が公表する短期 1 年国債の 20 年間の日次の年率利回りを 365 で除することで、日率として使用する。¹¹¹² また β_i は銘柄 i の市場に対する感応度を表し、 $Ex(R_i)$ と $Ex(R_m)$ の共分散を $Ex(R_m)$ の分散で除した商で求まる。 α は過去の平均リターンと CAPM による期待リターンの差を表し、回帰式(2)の切片として求められる。個別銘柄と日次ごとにこれらの変数が定まり、非システムティックリスクである誤差項 ε_i が求まる。そして終値同様に 225 銘柄の日次誤差項のパネルデータを作成する。

CAPM の回帰式から導出された誤差項 ε のデータを用いて、日次データから毎月の月次テールリスクの推定を行う。テールリスクの推定は Hill(1975) のべき乗則を利用し、以下の公式で求める。

$$\lambda t^{Hill} = \frac{1}{Kt} \sum_{k=1}^{Kt} \ln \frac{R_{k,t}}{u_t} \quad (3)$$

ここで u_t は、しきい値¹³。 $R_{k,t}$ は t 月中に u_t を下回った ε の値のうち、 k 番目の値を示す。また Kt は t 月中に u_t を下回った ε の値の総数である。 λt^{Hill} は t 月のテールリスク推定値であり、本稿ではこの値を時系列変数であるテールリスクとして分析を行う。

二変数間のスケールを統一するために、月次テールリスク推定値と、翌月の TOPIX 月次リターンの標準化¹⁴を行う。その後、月次テールリスクと翌月の TOPIX 月次リターンの 20

¹⁰ 資産価格の時価が一定水準を下回ったらデフォルトと定義するようなアプローチの信用リスク推定手法。

¹¹ 短期 1 年国債金利は「財務省 国債金利情報」より取得。

¹² 無担保コールレート翌日物のデータが取れないため、短期 1 年国債を使用。

¹³ ある反応を起こす最低の値。本稿では ε の全データのうち下位 5 % に入る値の最大値とする。

¹⁴ 二変数の比較をしやすくするため、両データの平均を 0、分散を 1 となるようにスケー

年間の全データを用いて回帰分析を行う。そして回帰分析で求めた β 、 α の有意性を検証するため t 検定¹⁵を行い、 $\beta = 0$ の帰無仮説が棄却されるか否かを検証する。

また、先行研究に倣い各変数の時系列変化と関係性を視覚化するため、「テールリスク λt と翌月の市場リターン」、「しきい値とその月の市場ボラティリティ」の 2 つの二変数時系列グラフを作成する。その際にテールリスク推定と同月の市場全体 (TOPIX) のボラティリティ (価格変動率) を計算¹⁶し、4 つの変数とも標準化した上でグラフを作成する。テールリスクとしきい値の時系列変化に対して、それぞれ市場リターンと市場ボラティリティがどう変動するかを図示する。

また、業種別(33 業種)東証株価指数(TOPIX)の 20 年間 (2004/11/1~2024/10/31) の日次リターン¹⁷から、各業種において下位 5 % の閾値を求め、リーマンショック¹⁸、東日本大震災¹⁹、コロナ禍²⁰のそれぞれのテールイベント発生後 6 か月間に、何回下位 5 パーセンタイル (閾値以下のデータ) に該当しているかを計測する。これにより、業種間でのテールイベント時の変動のばらつきを比較する。

テールリスクと市場リターンを回帰分析し、Goyal and Welch(2008)による研究で調査された米国株式市場における、配当価格比などの代替予測変数と日本株式市場におけるテールリスクの市場リターン予測力を比較する。ただし、異なる市場、期間、規模のため結果は参考程度に留める。

リングすること。

¹⁵ 仮説検定の一つであり、対象となる統計量が t 分布に従うと仮定して、その有意性を検定する手法。

¹⁶ 対象となる月ごとに TOPIX 日次リターンから標準偏差を計算する。

¹⁷ データは「日経 NEEDS Financial QUEST 2.0 業種別東証株価指数 (33 業種) 日次終値」より取得。

¹⁸ 信用力の低い個人向け住宅ローン (サブプライムローン) を束ねた証券化商品 (不動産担保証券 MBS) を大量に保有していた米投資銀行リーマン・ブラザーズが 6000 億ドルの負債を抱え倒産し、これを契機に発生した世界的金融危機。

¹⁹ 2011 年 3 月 11 日に発生した東北地方太平洋沖地震及びこれに伴う津波と福島第一原子力発電所 (東京電力) 事故による放射能汚染を含む大規模地震災害。

²⁰ 2019 年末からの新型コロナウイルス感染症 (COVID-19) の世界的流行による災難。日本では 2020 年 1 月 16 日、初めて国内で感染者が確認された。

4. 分析結果

4-1. 回帰分析及び t 検定

表 1 テールリスクと翌月の TOPIX 月次リターンの回帰分析

回帰分析	テールリスク(X)	TOPIX月次(Y)
期待値	-1.63573E-15	-0.000827979
分散	1.002089866	
共分散	0.078595263	
β		0.078431352
α		-0.000827979

(注1) X = 説明変数、Y = 目的変数とする。

(注2) 回帰分析の計算方法は CAPM と同じ

(注3) 標準化したデータを分析したため、各データに単位はない。

表 2 回帰分析結果の有意性検証

	係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%
切片	-0.00083	0.064491	-0.01284	0.989767	-0.12787	0.126219	-0.12787	0.126219
X 値 1	0.078268	0.064491	1.213618	0.226096	-0.04878	0.205314	-0.04878	0.205314

(注1) 切片 = α であり切片の係数は X = 0 の時の Y の推定値。

(注2) X 値 1 = β であり X 値 1 の係数は X が 1 単位増加したとき Y の変化量。

(注3) 標準誤差は回帰係数の推定値のばらつきを表す。

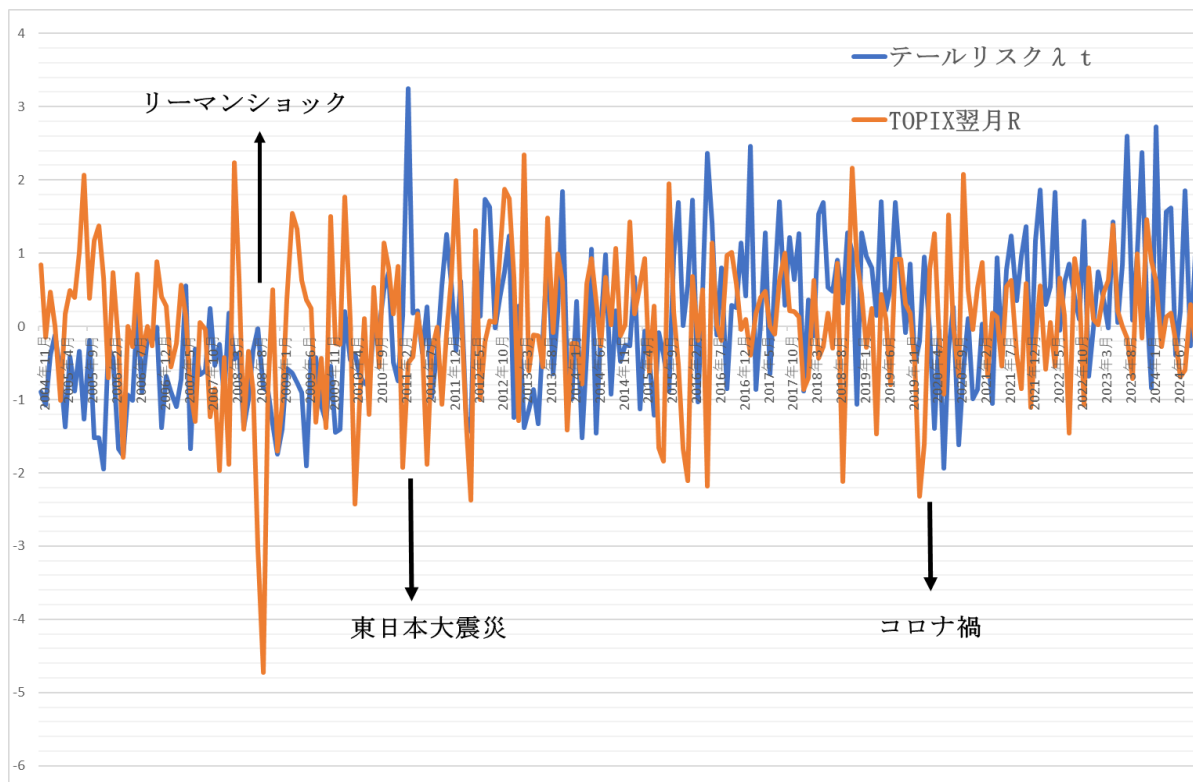
(注4) t 値 : α や β が 0 であるという帰無仮説を検定するための統計量。有意水準 95% の場合は $|t| > 1.96$ のとき棄却される。

(注5) p 値 : 回帰係数が 0 である帰無仮説を棄却できる確率。p 値が有意水準 (今回の場合 0.05) 以下であれば係数は 0 ではない。

表 1 の結果から、 β の値が 0 に近いことからテールリスクと翌月の TOPIX リターンの連動性が弱い。また表 2 の結果から帰無仮説は棄却されないため、 $\beta = 0$ である可能性が否定できない。

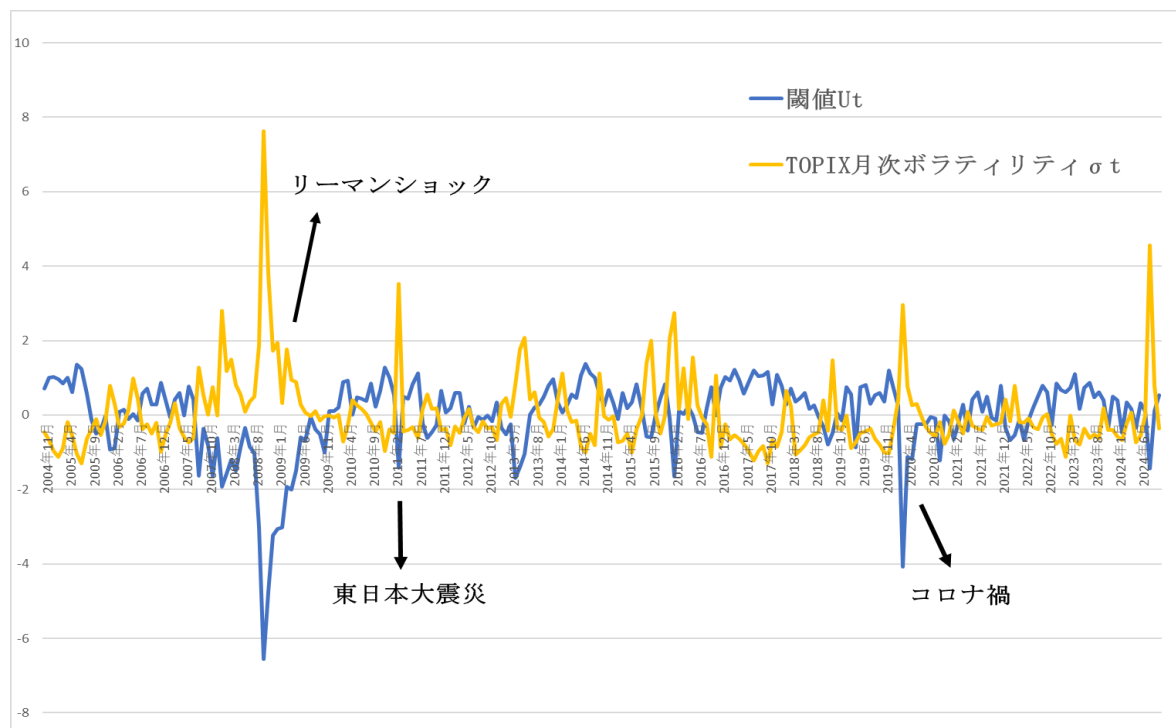
4-2. グラフ

図 1 テールリスクと翌月 TOPIX 月次リターンの時系列変動



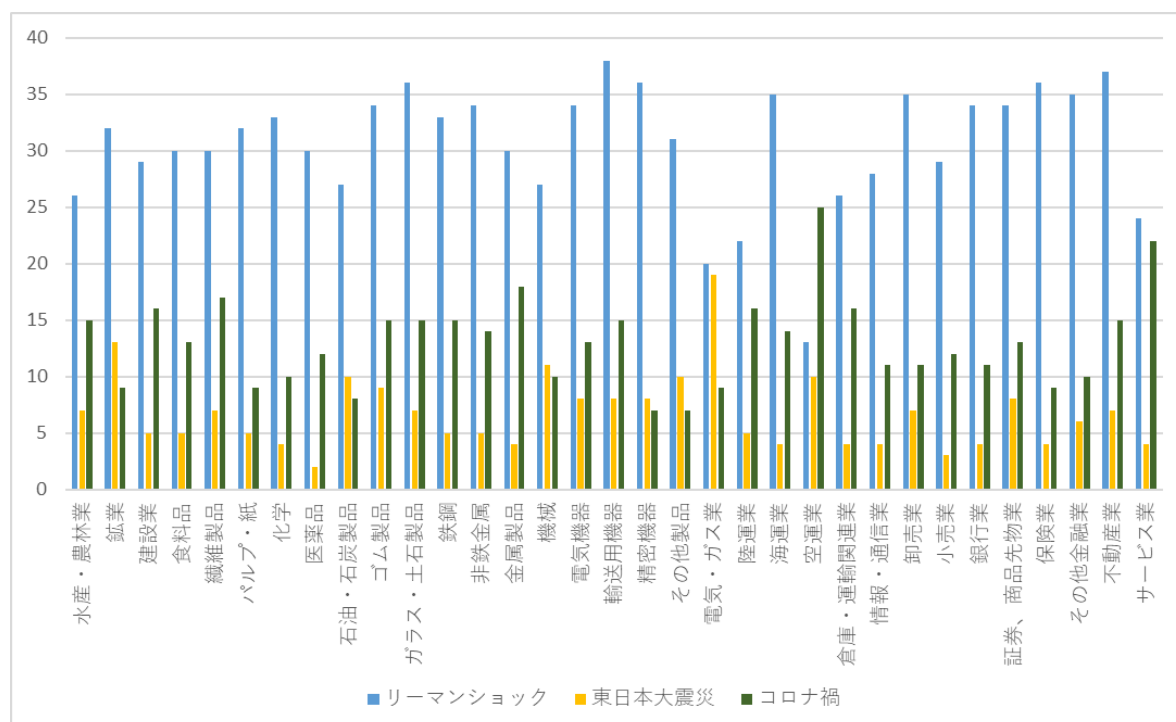
(注) 代表的なテールイベントの分析のため、リーマンショック、東日本大震災、コロナ禍の発生時期のみ指し示した。

図 2 しきい値と TOPIX 月次ボラティリティの時系列変動



(注) 図 1 同様、代表的なテールイベントの分析のため、リーマンショック、東日本大震災、コロナ禍の発生時期のみ指し示した。

図 3 業種別 TOPIX 日次リターンの下位 5 パーセンタイル該当回数。



(注) 20年間の取引営業日のうち、下位5パーセンタイルに該当するのは33業種すべてで各244回。そのうち、3つのテールイベント発生後6か月内の回数をグラフに表示。

図1より、テールリスクとTOPIXの翌月リターンにはあまり相関がないように見える。図1と図2より、しきい値が大きく下がった月はTOPIXの価格変動も大きくなるため、市場ボラティリティは高いプラスの値になっていることがわかる。

図1、図2及び図3より3つの個々のテールイベント時の変動をみる。リーマンショック発生後、金融業、不動産業を中心にTOPIXが急落し、しきい値が大幅に下がったため、TOPIXのボラティリティは高まった。業種間の変動幅に大差がなく、市場全体として同様の変動のためテールリスクが低いと考えられる。東日本大震災発生後は、電気・ガス業を中心に複数銘柄が急落。しかし、TOPIXの下落幅、しきい値ともに比較的小さい。またボラティリティも一時的に高まったが、一部の銘柄のみが大きく下落したため、テールリスクが高いと推測される。コロナ禍は空運業、サービス業を中心にTOPIXは急落ししきい値も大きく下がった。それによりボラティリティも高まった。また空運業、サービス業以外の業種間の変動に大差はなく、テールリスクは低い値となったといえる。

4-3. Goyal & Welch(2008)の代替予測変数との比較

表3 日本株式市場のテールリスクとGoyal&Welch(2008)による代替予測変数の比較

期間：各月	回帰係数	t 値	決定係数 R^2
日本株テールリスク	0.08	1.21	0.0
米国株テールリスク	4.54	2.08	0.7
米国株配当価格比	4.24	1.94	0.7
米国長期債リターン	5.4	2.48	1.1
米国長期債利回り	1.95	0.89	0.1

(注1) 米国株式市場の予測変数(テールリスク含む)はKelly & Jiang(2014)の研究より抜粋。

(注2) 決定係数 R^2 は100%に近いほどそのモデルの説明力が高い。0%に近いほどそのモデルの予想が当たっていないことを表す。

表3より、米国市場においてテールリスクは配当価格比や長期債リターンに並ぶ翌月の市場リターン予測力を持つことがわかる。しかしあくまで参考程度だが、これら米国市場における代替予測変数と比較した結果、日本市場では市場リターン予測力は全くなかった。

分析結果として分析期間の日本株式市場では、テールリスクの市場リターンの予測力は見られない。つまり投資家が大きく下落した銘柄から市場全体の変動を捉えることは難しいと言える。また個々のテールイベントに着目してみても、その内容により影響を受ける銘

柄や期間、規模が大きく異なることから、市場リターンへの影響も一定ではなかったため、データとして扱いづらいといえる。

5. 考察

本研究の分析結果を踏まえ、日本株式市場におけるテールリスクが市場リターン予測に影響を与えない要因を考察する。

一つ目は投資家要因である。日本市場では、年金基金や日本銀行、その他金融機関などの機関投資家の存在が大きい。この機関投資家が長期的な市場リターン獲得を目指し、短期的なテールリスクに反応しないことが考えられる。これにより、テールリスクが市場価格に反映されていないと推測される。

二つ目は金融政策要因である。日本銀行のETF²¹買い入れや分析期間中の低金利政策²²が日本市場のボラティリティ（価格変動）を抑制しているため、テールリスクとなりうるイベントが発生しても、日本株式市場に影響を与えにくいと考えられる。

三つ目は企業経営要因である。日本企業は米国企業と比較して、相対的にリスク回避的な経営を行う傾向があるとされており、過剰なリスクを取った事業投資、経営戦略などを行わないと考えられる。これが本研究での統計的に定めたテールリスクと日本市場での実際のテールリスクとなるイベントの発生頻度や規模が大きく異なることに繋がり、正確な分析ができなかったと考えられる。

最後は分析対象・期間要因である。本研究では先行研究と異なりテールリスク推定に市場全体（TOPIX）ではなく一部の銘柄（日経平均株価指数採用銘柄）を採用した。また先行研究と比較しても分析期間が20年短い。そして現在の日経平均株価指数採用銘柄を分析対象としたため、テールリスク推定期間（2004年11月～2014年10月）のうち、特に2000年代当時では未上場や黎明期であり日経平均株価指数に採用されていない企業も多かったことで、実際の市場リターン予測力が測れなかったことが大きな要因であると考えられる。

6. おわりに

本研究では、分析対象、期間が限定的であったため、結果の有意性、信憑性が低いものとなってしまった。先行研究同様、テールリスクの推定により多くの銘柄とより長い期間のデータを用いれば結果も変化する可能性がある。また、市場予測力の比較対象となる、日本市場における代替予測変数を調査することができれば、テールリスクの予測力をより相対的に評価できると考えられる。

そして、テールリスクはその推定や市場予測力の分析方法が未だ確立されておらず、アプローチや分析手法により捉え方が大きく異なるため、他の研究者の論文にも注目したい。

²¹ 証券取引所に上場している上場投資信託。

²² デフレ脱却を目指して実施された「ゼロ金利」や「マイナス金利」といった金融政策。

7. 参考文献

Bryan Kelly and Hao Jiang.,” Tail Risk and Asset Prices”, *The Review of Financial Studies*, 2014, Vol.27, pp.2841-2871

Maik Dierkes, Fabian Hollstein, Marcel Prokopczuk and Christoph Matthias Würsig., “Measuring tail risk”, *Journal of Econometrics*, 2024, vol.241

伊藤敬介、荻島誠治、諏訪部貴嗣、「新・証券投資論II 実務編」、2009 年

佐野三郎、「パーフェクト証券アナリスト 第1次レベル」、2022 年

日本証券アナリスト協会、「証券アナリスト（CMA）講座テキスト 第1次レベル 証券分析とポートフォリオ・マネジメント」、2024 年

日本証券アナリスト協会、「証券アナリスト（CMA）講座テキスト 第1次レベル 数量分析と確率・統計」、2024 年

日本統計学協会、「改訂版 統計学基礎」、2015 年

8. 補論

Hill(1975)のべき乗則推定式がテールリスク推定に利用できることは、指数分布²³の性質を利用し説明できる。

ある期間に平均して β 回起こる現象が次に起こるまでの期間を X としたとき、「期間 X が定数 x 以下となる確率」は累積分布関数を用いて次のように表せる。

$$Fx = P(X \leq x) = 1 - e^{-\beta x} \quad (4)$$

つまり、

$$P(X > x) = 1 - P(X \leq x) = e^{-\beta x} \quad (5)$$

となる。確率変数 X が指数分布に従うとき、 X の期待値は以下のように表せる。

$$E[X] = \frac{1}{\beta} \quad (6)$$

つまり、

$$E[X] = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K Xk = \frac{1}{\beta} \quad (7)$$

となる。(1)式の右辺より、

$$e^{\ln\left(\frac{r}{ut}\right)^{-ai/\lambda t}} = e^{-ai/\lambda t \times \ln\left(\frac{r}{ut}\right)} \quad (8)$$

となる。また、確率変数 X と Xk を以下のように定義する。

²³ 連続型確率分布の一つで、次に事象が起こるまでの期間が従う分布。

$$X = \ln \left(\frac{Ri,t+1}{ut} \right), Xk = \ln \left(\frac{Ri,k+1}{ut} \right) \quad (9)$$

また、ここで

$$Et - 1 / [\ln(Ri,t/ut)] = \lambda t / ai \quad (10)$$

とすると、(7),(9),(10)より、

$$E[X] = \frac{1}{\beta} = \frac{\lambda t}{ai} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \ln \left(\frac{Ri,k+1}{ut} \right) \quad (11)$$

となる。よって λt^{Hill} の期待値は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} Et - 1 \left[\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{Kt} \ln \left(\frac{Rk,t}{ut} \right) \mid \lambda t, Rk,t < ut \right] &= \frac{\frac{\lambda t}{a1} + \frac{\lambda t}{a2} + \frac{\lambda t}{a3} + \dots + \frac{\lambda t}{an}}{n} \\ &= \lambda t \times \frac{1}{n} \left(\frac{1}{a1} + \frac{1}{a2} + \frac{1}{a3} + \dots + \frac{1}{an} \right) = \lambda t \times \bar{a} \end{aligned} \quad (12)$$

ここで $\bar{a}$ は調和平均（定数）を表す。

まとめると、

$$\begin{aligned} Et - 1 \left[\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{Kt} \ln \left(\frac{Rk,t}{ut} \right) \mid \lambda t, Rk,t < ut \right] &= \lambda t \frac{1}{\bar{a}} = \lambda t^{Hill}, \\ \text{where } \frac{1}{\bar{a}} &\equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{ai} \end{aligned} \quad (13)$$

となる。したがって、全ての株式がしきい値を下回る確率が同じとき、 λt^{Hill} の期待値はデータセットの調和平均のテール指数となる。